

# 基于高阶小波累量的时间延迟和多普勒伸缩联合估计

张卫强, 陶 然

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘要: 基于小波的宽带互模糊函数可用于对宽带信号的时间延迟和多普勒伸缩进行联合估计, 但它不能抑制相关高斯噪声. 本文结合小波和高阶累积量, 给出一种四阶小波累量的定义, 并在此基础上提出一种基于高阶小波累量的宽带互模糊函数算法, 该算法能克服传统算法的不足, 可用于相关性未知的高斯噪声环境. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: 高阶小波累量; 宽带互模糊函数; 时间延迟; 多普勒伸缩

中图分类号: TN911. 23 文献标识码: A 文章编号: 0372 2112 (2005) 03 0549 04

## Higher-Order Wavelant Based Approach for Joint Time Delay and Doppler Stretch Estimation

ZHANG Wei qiang, TAO Ran

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The wavelet based wideband cross ambiguity function can be used for joint time delay and Doppler stretch estimation. But it cannot suppress the effect due to correlated Gaussian noises. A definition of fourth order wavelant is given by combining the wavelet and the higher order cumulant. And a higher order wavelant based wideband cross ambiguity function algorithm is presented based on the definition. This method can overcome the fault of the traditional algorithm and can be used in unknown correlated Gaussian noise environment. The simulation results are presented to demonstrate the effectiveness of this novel approach.

Key words: higher order wavelant; wideband cross ambiguity function; time delay; Doppler stretch

### 1 引言

在雷达、声纳等许多系统中, 接收到的回波信号一般都含有时间延迟 (Time Delay, TD) 和多普勒伸缩 (Doppler Stretch, DS), 它们分别携带了目标的距离和相对速度信息. 假设源信号为  $s(t)$ , 则回波信号可表示为<sup>[1]</sup>

$$r(t) = A s \left( \frac{t - \tau_0}{a_0} \right) \quad (1)$$

式中  $A$  为一衰减常量;  $\tau_0$  和  $a_0$  分别为回波信号相对于源信号的 TD 和 DS. 并且  $\tau_0 = 2R/(c - v)$ ,  $a_0 = (c + v)/(c - v)$ , 其中  $R$  和  $v$  分别为目标的距离和径向相对速度,  $c$  为信号传播的速度.

经典的 TD 和 DS 的估计方法一般假定  $s(t)$  为窄带信号, 此时 DS 可近似为多普勒频移 (Doppler Shift), 于是可以用窄带互模糊函数对 TD 和 DS 加以估计<sup>[2]</sup>. 但是, 现实系统中信号不一定总能近似为窄带信号, 所以必须寻找适用于宽带信号的 TD 和 DS 的估计方法. Jin 和 Niu 等提出了基于小波的宽带互模糊函数 (WB-WBCAF) 算法来解决这一问题<sup>[3,4]</sup>, 其基本思

路是对  $r(t)$  和  $s(t)$  进行互小波变换, 可得到

$$W(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} r(t) s^* \left( \frac{t - \tau}{a} \right) dt \quad (2)$$

易知  $|W(\tau, a)|$  在  $\tau = \tau_0$ ,  $a = a_0$  时取得极大值, 由此可估计出 TD 和 DS.

以上讨论是基于理想情况的, 如果  $s(t)$  和  $r(t)$  之间不存在噪声或只存在相互独立的高斯白噪声, 则该方法能取得良好的结果. 但是实际的系统, 很容易受到相关高斯噪声的干扰, 在这种情况下,  $W(\tau, a)$  中会出现虚假的相关结果, 严重时甚至会淹没真实存在的目标, 无法估计出 TD 和 DS.

高阶统计量 (HOS) 在抑制噪声方面具有许多优良的性质. 数学上已经证明, 任何高斯过程的高阶累积量均等于零<sup>[5,6]</sup>, 这说明使用高阶累积量可以抑制相关的或不相关的高斯白噪声或色噪声. 如果将小波和高阶累积量结合, 即可能获得一种新的数学工具来解决前述问题, 这就是所谓的“高阶小波累量”. 事实上, 早在 1992 年, Devlin 等就已给出了一种三阶小波累量的定义<sup>[7]</sup>, 并初步研究了其有关性质, 但是其工作没有得到人们的广泛关注.

本文首先给出了一种四阶小波累量的定义, 然后在此基础上提出了一种基于高阶小波累量的宽带互模糊函数(HOWB-WBCAF)算法, 可用于相关性未知的高斯噪声背景下宽带信号的TD和DS联合估计.

## 2 问题描述

设源信号为  $s(t)$ , 满足平稳、零均值、非高斯和四阶累积量非零的条件, 实际中这是容易满足的. 设源信号和回波信号的观测模型为:

$$x(t) = s(t) + w_1(t) \quad (3)$$

$$y(t) = r(t) + w_2(t) \quad (4)$$

式中  $r(t)$  如式(1)所示;  $w_1(t)$ 、 $w_2(t)$  为平稳、零均值、高斯白噪声或色噪声, 且独立于  $s(t)$ , 两噪声之间可以是相关或无关的. 本文的任务是通过有限长的测量数据  $x(t)$ 、 $y(t)$  估计得到  $\tau_0$  和  $a_0$ .

## 3 理论

设  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$  为四次可积函数, 且其均值为零, 仿照四阶累积量与小波变换的定义<sup>[8,9]</sup>, 可定义  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$  和  $f_4(t)$  间的四阶互小波累量为

$$W_{f_1 f_2 f_3 f_4}(\tau_1, a_1; \tau_2, a_2; \tau_3, a_3) = \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2 a_3}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_3 \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) dt \int_{-\infty}^{\infty} f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) dt \int_{-\infty}^{\infty} f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_4^* \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) dt \int_{-\infty}^{\infty} f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) dt \right\} \quad (5)$$

若  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$  为平稳过程, 则其时间平均等于其集平均, 于是有

$$W_{f_1 f_2 f_3 f_4}(\tau_1, a_1; \tau_2, a_2; \tau_3, a_3) = \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2 a_3}} \left\{ E \left\{ f_1(t) f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) \right\} - E \left\{ f_1(t) f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) \right\} \cdot E \left\{ f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) \right\} - E \left\{ f_1(t) f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) \right\} \cdot E \left\{ f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_4 \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) \right\} - E \left\{ f_1(t) f_4^* \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) \right\} \cdot E \left\{ f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right) f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right) \right\} \right\} = \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2 a_3}} \text{cum} \left\{ f_1(t), f_2^* \left( \frac{t-\tau_1}{a_1} \right), f_3 \left( \frac{t-\tau_2}{a_2} \right), f_4 \left( \frac{t-\tau_3}{a_3} \right) \right\} \quad (6)$$

其中  $E\{\cdot\}$  为期望算子,  $\text{cum}\{\cdot\}$  为四阶累积量算子. 由式(6)可以看出,  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$  的四阶小波累量实质上就是它们经过时延和尺度变换后的四阶累积量. 对于高斯过程来讲, 其经过时延和尺度变换后仍为高斯过程, 而任何高斯过程的四阶累积量均为零<sup>[6]</sup>, 所以可以推知: 任何高斯过程的四阶

小波累量为零.

同理, 我们也可以证明任何高斯或其他具有对称分布过程的三阶小波累量为零<sup>[7]</sup>. 但是, 在许多实际问题中, 源信号  $s(t)$  也具有对称分布特性, 采用三阶小波累量会将其与高斯噪声一并抑制掉, 这反而限制了它的应用. 所以本文采用四阶小波累量为例进行讨论, 当然, 如果源信号  $s(t)$  不具有对称分布特性, 也可以采用三阶小波累量, 此处不再详述.

针对本文所讨论的问题, 令式(5)中  $f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) = y(t)$ 、 $f_4(t) = x(t)$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 0$ ,  $\tau_3 = \tau$ ,  $a_1 = a_2 = 1$ ,  $a_3 = a$ , 可得到  $y(t)$  和  $x(t)$  间的四阶互小波累量二维切片为:

$$W_{yx}^{(4)}(\tau, a) = W_{yyxx}(0, 1; 0, 1; \tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} y(t) y^*(t) y(t) x^* \left( \frac{t-\tau}{a} \right) dt - 2 \int_{-\infty}^{\infty} y(t) y^*(t) dt \int_{-\infty}^{\infty} y(t) x^* \left( \frac{t-\tau}{a} \right) dt - \int_{-\infty}^{\infty} y(t) y(t) dt \int_{-\infty}^{\infty} y^*(t) x^* \left( \frac{t-\tau}{a} \right) dt \right\} \quad (7)$$

这就是基于高阶小波累量的总带互模糊函数(HOWB-WBCAF), 将式(1)、(3)、(4)代入式(7)可得

$$W_{yx}^{(4)}(\tau, a) = W_{rs}^{(4)}(\tau, a) \quad (8)$$

由式(8)可知,  $W_{xy}^{(4)}(\tau, a)$  在理论上可完全消除  $w_1(t)$ 、 $w_2(t)$  的影响. 求得其模的极大值位置, 即可得到TD和DS的估计.

$$(\tau_0, \hat{a}_0) = \arg \max_{\tau, a} |W_{yx}^{(4)}(\tau, a)| \quad (9)$$

## 4 算法

由于实际问题中仅能得到  $x(t)$  和  $y(t)$  的离散序列  $\{x(n), n=0, 1, \dots, N-1\}$  和  $\{y(n), n=0, 1, \dots, N-1\}$ , 本节将给出此种情况下的具体算法.

(1) 对序列  $x(n)$  进行时延和尺度变换, 得到序列  $x_{\tau, a}(n)$ . 时延变换很容易完成; 尺度变换可在时域也可在频域中完成<sup>[10]</sup>, 本文采用在时域中先进行  $I$  倍插值再进行  $D$  倍抽取的方法,  $I$  和  $D$  满足  $I/D = a$

这可以根据多抽样率数字信号处理的有关算法快速完成<sup>[11,12]</sup>, 此处不再详述. 整个时延和尺度变换的原理框图如图1所示.

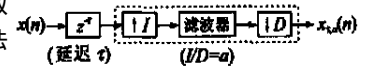


图1 时延和尺度变换的原理框图

度变换的原理框图如图1所示.

(2) 计算  $y(n)$  和  $x_{\tau, a}(n)$  的四阶互累积量, 得到  $C_{\tau, a}^{(4)}$ .

$$C_{\tau, a}^{(4)} = \text{cum}\{y(n), y^*(n), y(n), x_{\tau, a}(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) y^*(n) y(n) x_{\tau, a}^*(n) - \frac{2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) y^*(n) \sum_{n=0}^{N-1} y(n) x_{\tau, a}^*(n) - \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) y(n) \sum_{n=0}^{N-1} y^*(n) x_{\tau, a}^*(n) \quad (11)$$

(3) 由  $C_{\tau, a}^{(4)}$  除以归一化因子, 可得  $W_{yx}^{(4)}(\tau, a)$ , 即

$$W_{yx}^{(4)}(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} C_{\tau, a}^{(4)} \quad (12)$$

(4)由  $|W_{yx}^{(4)}(\tau, a)|$  求取极大值位置, 即可估计出  $\tau_0$  和  $a_0$ .

### 5 仿真结果

本节通过计算机仿真对比 WB-WBCAF 和 HOWB-WBCAF 算法. 仿真中所用源信号为一线性调频信号, 其表达式为  $\{s(t) = \exp(j4\pi t^2), -5 \leq t \leq 5\}$ , 采样间隔 0.01; 设定回波信号的真实 TD 和 DS 分别为  $\tau_0 = 0.10, a_0 = 1.05$ . 仿真过程中, 固定信号功率不变, 通过改变干扰噪声的功率得到不同信噪比, 每个仿真结果都是由 30 次独立蒙特卡洛实验结果先求和再归一化得到的.

#### 5.1 不相关高斯白噪声

首先考察当噪声  $w_1(n), w_2(n)$  是零均值、不相关高斯白噪声的情况. 设置信噪比分别为 SNR = 3dB, 0dB 和 -2dB, 由 WB-WBCAF 和 HOWB-WBCAF 算法得到的模糊函数如图 2 所示.

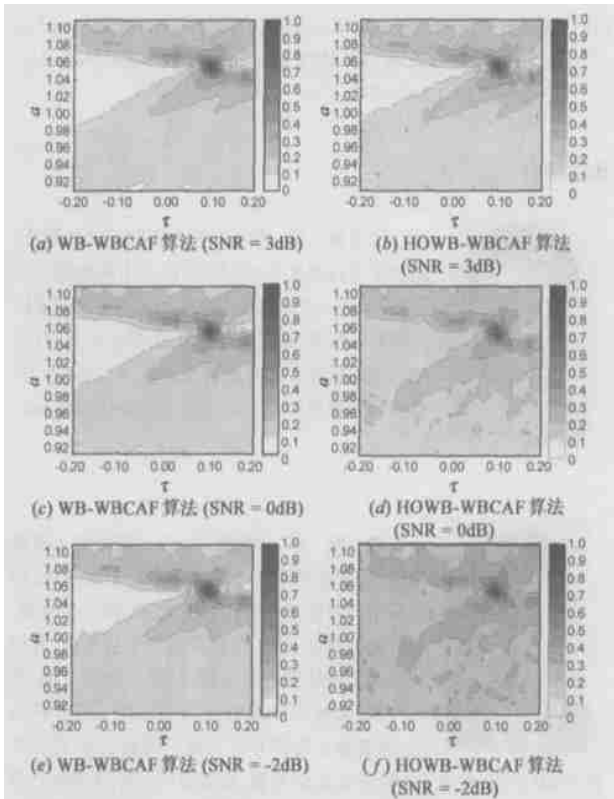


图 2 不相关高斯白噪声时算法结果对比

从图 2 中不难看出: 在较高信噪比时 (SNR = 3dB), 两种算法得到的模糊函数的峰值均出现在真实值 ( $\tau_0 = 0.10, a_0 = 1.05$ ) 处. 随着信噪比的降低 (SNR = 0dB, -2dB), 两种算法的检测能力逐渐变差, 其中 HOWB-WBCAF 算法较 WB-WBCAF 算法性能恶化得更快, 这是由于高阶小波累量的估计方差较大. 即便如此, HOWB-WBCAF 算法仍能较准确地估计出 TD 和 DS.

#### 5.2 相关高斯白噪声

考察  $w_1(n), w_2(n)$  是零均值、相关高斯白噪声的情况. 此时  $w_1(n)$  是一高斯白噪声,  $w_2(n)$  是由  $w_1(n)$  通过一 FIR 系统得到的, FIR 系数为  $[0.1, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 9, 0, 2, 0, 1]$ . 同

样, 设置信噪比分别为 SNR = 3dB, 0dB 和 -2dB, 由 WB-WBCAF 和 HOWB-WBCAF 算法得到的模糊函数如图 3 所示.

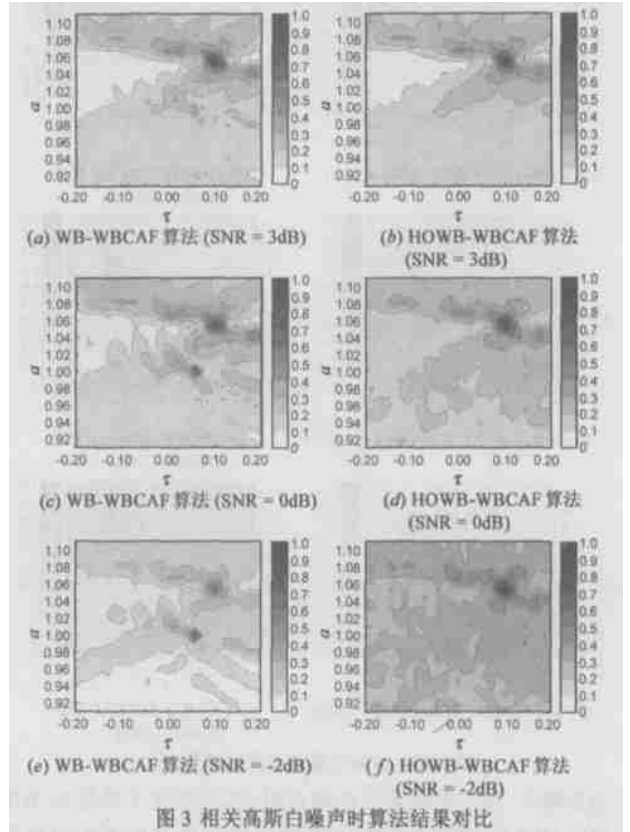


图 3 相关高斯白噪声时算法结果对比

从图 3 中可以看出: WB-WBCAF 算法得到的模糊函数出现了两个较大的峰值, 一个位于 ( $\tau = 0.10, a = 1.05$ ), 另一个位于 ( $\tau = 0.05, a = 1.00$ ), 前者是由于真实目标造成的, 而后者是由相关高斯白噪声造成的. 随着信噪比的降低, 相关高斯白噪声造成的峰逐渐加大, 甚至超过了真实目标造成的峰, 如果不加处理, 它将会被当成另一个目标来对待, 从而影响目标的检测与参数估计. 相比而言, HOWB-WBCAF 算法只产生了真实目标对应的峰, 这说明该算法能够抑制相关高斯白噪声.

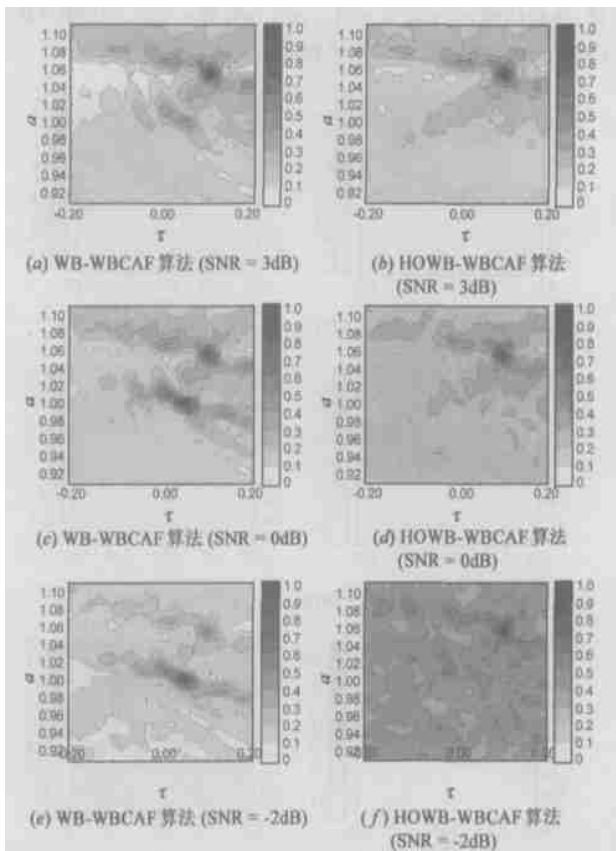
#### 5.3 相关高斯色噪声

考察  $w_1(n), w_2(n)$  是零均值、相关高斯色噪声的情况. 此时  $w_1(n)$  是将一高斯白噪声通过低通滤波器得到, 滤波器截止频率  $0.3\pi$ ,  $w_2(n)$  是由  $w_1(n)$  通过一 FIR 系统得到的, FIR 系数为  $[0.1, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 0, 6, 0, 2, 0, 1]$ . 仍设置信噪比分别为 SNR = 3dB, 0dB 和 -2dB, 由 WB-WBCAF 和 HOWB-WBCAF 算法得到的模糊函数如图 4 所示.

从图 4 中可以看出, 与存在相关高斯白噪声时类似, WB-WBCAF 算法不能抑制相关高斯色噪声而产生了两个峰, 而 HOWB-WBCAF 仍得到了很好的结果. 这说明 HOWB-WBCAF 算法在抑制相关高斯色噪声方面的性能优于 WB-WBCAF 算法.

### 6 结论

本文结合小波和高阶累量, 给出了一种四阶小波累量的定义, 并提出了 HOWB-WBCAF 算法, 该算法能够抑制各种



高斯噪声, 当存在相关高斯噪声时, 其性能优于传统的 WB-WBCAF 算法. HOWB-WBCAF 算法可用于相关性未知的高斯噪声背景下宽带信号的 TD 和 DS 联合估计.

#### 参考文献:

- [1] Jin Q, Wong K M, Luo Z Q. The estimation of time delay and Doppler stretch of wideband signals [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(4): 904-916.
- [2] Stein S. Algorithms for ambiguity function processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(3): 588-599.
- [3] Jin Q, Wong K M, Luo Z Q. Wideband time delay and Doppler stretch estimation: the application of wavelet transform and the optimum signal [A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing [C]. New York: IEEE, 1993. 241-244.
- [4] Niu X X, Ching P C, Chan Y T. Wavelet based approach for joint time delay and doppler stretch measurements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(3): 1111-1119.
- [5] Nikiak C L, Mendel J M. Signal processing with higher order spectra [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1993, 10(3): 10-37.

- [6] 张贤达. 时间序列分析——高阶统计量方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [7] Devlin M, Durrani T S. Wavelets - an introduction to higher order wavelets [A]. IEE Colloquium on Applications of Wavelet Transforms in Image Processing [C]. London: IEE, 1993. 7/1-7/4.
- [8] Mallat S. A wavelet tour of signal processing [M]. San Diego: Academic Press, 1999.
- [9] Shin D C, Nikiak C L. Estimation of frequency delay of arrival (FDOA) using fourth order statistics in unknown correlated Gaussian noise sources [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(10): 2771-2780.
- [10] Ho K C, Chan Y T, Johnson M O. Estimation of delay and Doppler by wavelet transform [A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing [C], New York: IEEE, 1996. 3145-3147.
- [11] Crochiere R E, Rabiner L R. Multirate digital signal processing [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1983.
- [12] Giunta G. Fast estimators of time delay and Doppler stretch based on discrete time methods [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(7): 1785-1797.

#### 作者简介:



张卫强 男, 1979 年 1 月出生于河北雄县, 2002 年于石油大学(华东)获得应用物理学学士学位, 同年进入北京理工大学电子工程系攻读通信与信息系统硕士学位, 现为 IEEE 学生会员, 目前感兴趣的研究方向有高阶统计量、时频分析、自适应信号处理等. E-mail: weiqiangzhang@sina.com



陶然 男, 1964 年 11 月 2 日出生于安徽南陵, 现任北京理工大学电子工程系副主任、信息安全与对抗研究中心主任、教授、博士生导师, 感兴趣的研究方向: 新型探测理论与系统, 宽带无线移动通信理论及应用, 信息安全与对抗, 获教育部“高校青年教师奖”, 中国兵工青年科技奖; 获部级二等奖 1 项, 部级三等奖 3 项, 已发表论文 100 余篇, 其中三大检索收录 60 余篇, 出版著作 3 部, 主持包括国家自然科学基金重点项目、总装备部重点预研项目、国防科工委重点预研项目共 10 余项, 2001 年 3 月~2002 年 4 月作为访问教授在美国密西根大学(The University of Michigan, Ann Arbor)做研究工作, 兼任中国电子学会青年工作委员会副主任、无线电定位技术分会委员、电子测量与仪器分会委员, 中国兵工学会《兵工学报》常务编委, 北京市科技进步奖评委, IEEE 高级会员.